مدار، عدد اور کمپیوٹر: وہ رشتہ جو ہر ایجاد کے پیچھے ہے

ہندسہ ماہنامہ کے لیے ریاضیاتی مدارات پر لکھنے والے ایک ریاضی دان کی یادداشت

(ثمینہ ظفر ، ریاضی و کمپیوٹر سائنس)

ہندسہ ماہنامہ کے لیے ریاضی اور کمپیوٹر سائنس پر لکھنے والے ایک ریاضی دان کی یادداشت

ہم اکثر کہتے ہیں کہ کمپیوٹر ایک مشین ہے جو حساب کرتی ہے۔ یہ جملہ درست ہے، مگر اتنا ہی ادھورا ہے جتنا یہ کہنا کہ کتاب کاغذ کا ایک ڈھیر ہے۔ کمپیوٹر کی روح اس کے تار نہیں، اس کے الگورتھم ہیں۔ اور الگورتھم کی جڑیں ہزاروں برس پرانی ہیں۔ یہ تحریر اُس رشتے کی کہانی ہے جو عدد، مدار اور کمپیوٹر کے درمیان قائم ہوا، اور آج بھی ہر اس ایپ کے پیچھے موجود ہے جو آپ استعمال کرتے ہیں۔

میں نے ریاضی میں ایم ایس سی کی ڈگری حیدرآباد کے ایک کالج سے حاصل کی اور پھر کراچی یونیورسٹی میں پی ایچ ڈی کے لیے داخلہ لے لیا۔ میرا موضوع تھا ایک مدار کے گرد چلنے والے سیارچے کا راستہ۔ یہ سوال بظاہر خشک لگتا ہے، مگر اس میں وہ تمام مسئلے چھپے ہیں جو آج کی ہر ایپ میں دوبارہ سامنے آتے ہیں: پیمائش کی غلطی، حافظے کی حد، اور یہ سوال کہ کیا ہم کسی نتیجے پر بھروسا کر سکتے ہیں۔ اس تحریر میں میں وہی کہانی دہرانا چاہتا ہوں جو میں نے اپنے شعبے میں سیکھی، اور وہی مثالیں دینا چاہتا ہوں جو آج کے ہر ریاضی دان کو اپنی لگتی ہیں۔

الگورتھم: وہ لفظ جو ایران سے آیا

الگورتھم کا لفظ ابو جعفر محمد بن موسیٰ الخوارزمی کے نام سے نکلا ہے، جو 9 ویں صدی عیسوی میں بغداد کے ایک کتب خانے میں بیٹھ کر حساب کے قواعد لکھتے تھے۔ ان کی کتاب کا لاطینی ترجمہ صدیوں تک یورپ کے ہر ریاضی دان کا درسی حوالہ رہا۔ اس کتاب میں وہ دو عدد جمع کرنے، ضرب دینے اور جذر نکالنے کے طریقے اس طرح لکھتے ہیں کہ ایک ناخواندہ شخص بھی انہیں دہرا سکے۔ یہ خیال کہ کچھ قواعد ایسے ہیں جو ہر بار ایک ہی نتیجہ دیں، اور انسان کو یاد رکھنے کی ضرورت نہیں، آج کے ہر کمپیوٹر کی بنیاد ہے۔

ریاضی میں الگورتھم کا مطلب ایک محدود تعداد میں واضح قدموں کا سلسلہ ہے جو کسی مسئلے کا جواب دے۔ واضح کا لفظ اہم ہے۔ اگر قدم مبہم ہو، تو دو لوگ اسے دو طرح سمجھ سکتے ہیں اور نتیجہ بدل جاتا ہے۔ کمپیوٹر کو یہی چاہیے: ایسی ہدایات جو بغیر سوال کے، بغیر رائے کے، ہر بار ایک ہی نتیجہ دیں۔ اس لحاظ سے الگورتھم ایک ایسا معاہدہ ہے جو انسان اور مشین کے درمیان طے ہوتا ہے۔ انسان مسئلہ بیان کرتا ہے، مشین اس کا حل نکالتی ہے، اور دونوں کو معلوم ہوتا ہے کہ غلطی کہاں ہو سکتی ہے۔

حافظہ: وہ جگہ جہاں نمبر رہتے ہیں

کمپیوٹر کے اندر ہر نمبر کسی نہ کسی حافظے میں رہتا ہے۔ حافظہ ایک بہت بڑی الماری ہے جس میں ہر خانے کا ایک پتا ہوتا ہے۔ ریاضی دان اس الماری کو ایک کاغذ پر لکیر کھینچ کر سمجھتا ہے۔ کمپیوٹر اسے بجلی کے چھوٹے سوئچوں کی قطار کہتا ہے جو آن یا آف ہوتے ہیں۔ دونوں ایک ہی چیز کو بیان کر رہے ہیں۔ اہم بات یہ ہے کہ حافظہ لامحدود نہیں۔ الماری کی جگہ ختم ہو جائے تو نئی چیز رکھنے کے لیے پرانی کچھ نکالنی پڑتی ہے۔ یہی وجہ ہے کہ ہر الگورتھم کو یہ سوچنا پڑتا ہے کہ وہ کتنی جگہ استعمال کرے گا۔

میں نے اپنی تحقیق میں ایک ایسے مسئلے پر کام کیا جس میں ہزاروں اعداد کو ترتیب دینا تھا تاکہ کمپیوٹر کا حافظہ بھر نہ جائے۔ اصل مسئلہ رفتار کا نہیں تھا، یادداشت کا تھا۔ ہم نے ایک ایسا طریقہ لکھا جو اعداد کو چھوٹے ٹکڑوں میں تقسیم کرتا، ہر ٹکڑے کو الگ ترتیب دیتا اور پھر انہیں ملا دیتا۔ نتیجہ وہی تھا جو پرانے طریقے سے نکلتا، فرق صرف یہ تھا کہ حافظہ کم پڑ جاتا اور پروگرام رک جاتا۔ یہ سبق آج کے ہر ڈیٹا بیس، ہر ویب سرچ اور ہر موبائل ایپ میں موجود ہے۔

ایپ کے پیچھے الگورتھم

آج آپ کسی بھی ایپ کھولیں تو درجنوں الگورتھم بیک وقت کام کر رہے ہوتے ہیں۔ نقشہ راستہ بتاتا ہے، فیڈ آپ کو وہ پوسٹ دکھاتی ہے جو آپ دیکھنا چاہتے ہیں، بینک فیصلہ کرتا ہے کہ کارڈ اصلی ہے یا جعلی۔ ان سب کے پیچھے وہی بنیادی خیال کام کر رہا ہے جو خوارزمی کے زمانے میں تھا: ایک واضح مسئلہ، چند واضح قدم، اور ایک قابل پیمائش نتیجہ۔ فرق صرف رفتار کا ہے۔ ایک سیکنڈ میں لاکھوں قدم اٹھائے جا سکتے ہیں، مگر اصول وہی ہے جو 9 ویں صدی میں تھا۔

ریاضی دان کے لیے یہ منظر دلچسپ اس لیے ہے کہ ہم جانتے ہیں کہ ہر الگورتھم کی حد کہاں ہے۔ کچھ مسئلے ایسے ہیں جن کا حل نکالنا ممکن ہے مگر اتنا وقت درکار ہے کہ کائنات کی عمر بھی کم پڑ جائے۔ کچھ مسئلے ایسے ہیں جن کا جواب ہاں یا نہیں میں دینا ممکن ہی نہیں۔ یہ حدیں کمپیوٹر کی کمزوری نہیں، یہ ریاضی کی حدیں ہیں۔ اچھا ریاضی دان وہی ہے جو پہلے یہ دیکھتا ہے کہ مسئلہ حل ہو سکتا ہے یا نہیں، اور پھر وقت ضائع کرنے سے پہلے رک جاتا ہے۔

ایک مثال: 3 جمعہ کا راستہ

فرض کریں کہ ایک ڈاک کا ہرکارہ 20 قصبوں سے ہو کر گزرتا ہے اور واپس اپنے ہیڈ کوارٹر آتا ہے۔ وہ ہر قصبے سے ایک بار گزرے اور کل فاصلہ کم سے کم ہو۔ یہ مسئلہ مشہور ہے اور اسے ٹریولنگ سیلزمین کہتے ہیں۔ 20 قصبوں کے لیے ممکن راستوں کی تعداد اتنی بڑی ہے کہ دنیا کے سب کمپیوٹر مل کر بھی اسے ایک سیکنڈ میں نہیں حل کر سکتے۔ لیکن اگر ہم 3 قصبوں کا مسئلہ لیں تو صرف چھ راستے ہیں۔ ہر راستہ لکھیں، فاصلہ جمع کریں، سب سے کم والا چن لیں۔ یہ الگورتھم درست ہے، سادہ ہے، اور ہمیشہ نتیجہ دیتا ہے۔

مسئلہ یہ ہے کہ 20 تک آتے آتے یہ طریقہ ناکام ہو جاتا ہے۔ اس لیے ریاضی دان اور کمپیوٹر سائنس دان ایسے طریقے ڈھونڈتے ہیں جو درست نتیجے کے قریب رہتے ہیں مگر وقت بچا لیتے ہیں۔ یہ سمجھوتہ ہر انجینئرنگ میں ہوتا ہے۔ پل بناتے وقت انجینئر طے کرتا ہے کہ وہ کتنا وزن برداشت کرے گا، نہ کہ ہر ممکن وزن۔ الگورتھم میں بھی یہی فیصلہ ہوتا ہے۔ درست اور تیز کے درمیان توازن ہی اچھے الگورتھم کا فن ہے۔

غلطی کا حساب

ہر پیمائش میں غلطی ہوتی ہے۔ ریاضی دان اس غلطی کو نظر انداز نہیں کرتا، وہ اس کا حساب رکھتا ہے۔ اگر ایک فاصلہ 10 کلومیٹر ناپا گیا ہے اور غلطی 1 کلومیٹر ہو سکتی ہے، تو نتیجہ 9 سے 11 کے درمیان ہوگا۔ یہ وقار کمپیوٹر کے ہر حساب میں ہوتا ہے۔ فلوٹنگ پوائنٹ نمبر وہی چیز ہیں جو ہاتھ سے لکھے ہندسے ہیں، فرق صرف یہ ہے کہ ان کی غلطی کا حساب مشین خود کرتی ہے۔

میں نے اپنی تحقیق میں ایک ایسا طریقہ لکھا جو غلطی کو ساتھ لے کر چلتا تھا اور ہر قدم پر بتاتا تھا کہ نتیجہ کتنا قابل بھروسہ ہے۔ یہ طریقہ بعد میں ایک ایسے شعبے میں استعمال ہوا جس کا مجھے اندازہ بھی نہیں تھا۔ یہ سبق یاد رکھیے: اچھا ریاضی دان وہی ہے جو اپنی غلطی کا حساب رکھے، نہ کہ وہ جو غلطی کو چھپا دے۔ کمپیوٹر کی دنیا میں یہی اصول ہر ڈیٹا بیس، ہر سرچ اور ہر مشین لرننگ ماڈل میں کام کر رہا ہے۔

آج کا کمپیوٹر اور پرانا ریاضی دان

آج کا کمپیوٹر اربوں سوئچ ایک سیکنڈ میں بدل سکتا ہے۔ ریاضی دان کے پاس کاغذ اور قلم ہے اور وہ ایک گھنٹے میں ایک صفحہ لکھتا ہے۔ فرق بہت بڑا ہے، مگر اصول وہی ہے جو 9 ویں صدی میں تھا۔ کمپیوٹر وہی کام کرتا ہے جو ریاضی دان کرتا ہے، بس رفتار اس کی ہے۔ اس لیے ریاضی دان کی جگہ کمپیوٹر نہیں آیا، ریاضی دان کی ضرورت بڑھ گئی ہے۔ کمپیوٹر کو ہر روز نئے مسئلے چاہییں، اور وہ مسئلے ریاضی دان ہی لکھتا ہے۔

میرا مشورہ اگر کسی نوجوان سے ہو جو یہ تحریر پڑھ رہا ہو تو وہ یہ ہے کہ الگورتھم سیکھیے، مگر اسے کتاب سے نہ سیکھیے۔ کسی چھوٹے مسئلے پر بیٹھیے اور خود لکھیے۔ غلطی کریں، وقت ضائع کریں، اور پھر سمجھیں کہ غلطی کہاں ہوئی۔ یہ عمل آپ کو وہ سکھائے گا جو کوئی استاد نہیں سکھا سکتا: مسئلے کو کیسے توڑا جائے، قدم کیسے لکھے جائیں، اور نتیجے پر بھروسا کیسے کیا جائے۔ یہی ریاضی دان کا کام ہے، اور یہی کمپیوٹر کا بھی۔

(اداریہ)

مدار، عدد اور کمپیوٹر: وہ رشتہ جو ہر ایجاد کے پیچھے ہے — ۱۲ مئی کو ہوئی جس میں ماہنامہ ہندسہ کے ایک ریاضی دان نے بتایا کہ کیسے ایک ہی خیال صدیوں سے ہر ایجاد کی بنیاد بنا ہوا ہے

ہندسہ ماہنامہ کے ادارتی بورڈ نے اس ماہ ایک ایسی تحریر شائع کی جو بظاہر ایک پرانی یاد معلوم ہوتی ہے، مگر دراصل آج کے ہر موبائل فون، ہر بینک اور ہر سرچ انجن کی بنیاد پر روشنی ڈالتی ہے۔ یہ تحریر ایک ریاضی دان کی یادداشت ہے جو مدار، عدد اور کمپیوٹر کے درمیان رشتے کو اس طرح بیان کرتی ہے کہ ریاضی کا طالب علم بھی اسے پڑھ سکے اور پیشہ ور انجینئر بھی اس میں اپنا کام دیکھ لے۔ ادارہ اس تحریر کو ہر ماہ کے آخر میں شائع کرتا ہے اور اس بار اسے صفحہ ۱۶ پر جگہ دی گئی ہے۔

ہندسہ ماہنامہ کے ادارتی بورڈ نے اس تحریر کو شائع کرنے کا فیصلہ کیا۔ ادارہ اس رائے سے متفق ہے کہ ریاضی کی تاریخ کو پڑھنا آج کے ہر انجینئر کے لیے ضروری ہے۔ ادارہ چاہتا ہے کہ یہ تحریر طلبہ اور اساتذہ دونوں کے لیے ایک حوالہ بن جائے۔ ادارہ اس تحریر کے مندرجات کی ذمہ داری مصنف پر عائد کرتا ہے۔

(مدیر)

مدیر کا نوٹ: ہندسہ ماہنامہ کے چیف ایڈیٹر ڈاکٹر نوید اختر چیمہ نے اس تحریر کو ادارتی بورڈ کے سامنے پڑھا تو سب نے ایک ہی بات کہی کہ یہ تحریر ایک یاد ہے جو ہر ریاضی دان کو اپنی لگے گی۔ ادارہ اس رائے سے متفق ہے۔ ہم نے مصنف سے درخواست کی کہ وہ اس میں کوئی ایسا مثال شامل کرے جو آج کے طالب علم کو سمجھ آئے، اور مصنف نے ایک نئی مثال شامل کر دی جو اس شمارے میں موجود ہے۔

(مدیر)

مدار، عدد اور کمپیوٹر: وہ رشتہ جو ہر ایجاد کے پیچھے ہے — ۱۲ مئی کو ہوئی جس میں ماہنامہ ہندسہ کے ایک ریاضی دان نے بتایا کہ کیسے ایک ہی خیال صدیوں سے ہر ایجاد کی بنیاد بنا ہوا ہے

(اداریہ)

مدیر کا نوٹ: ہندسہ ماہنامہ کے چیف ایڈیٹر ڈاکٹر نوید اختر چیمہ نے اس تحریر کو ادارتی بورڈ کے سامنے پڑھا تو سب نے ایک ہی بات کہی کہ یہ تحریر ایک یاد ہے جو ہر ریاضی دان کو اپنی لگے گی۔ ادارہ اس رائے سے متفق ہے۔ ہم نے مصنف سے درخواست کی کہ وہ اس میں کوئی ایسا مثال شامل کرے جو آج کے طالب علم کو سمجھ آئے، اور مصنف نے ایک نئی مثال شامل کر دی جو اس شمارے میں موجود ہے۔

(مدیر)

مدیر کا نوٹ: ہندسہ ماہنامہ کے چیف ایڈیٹر ڈاکٹر نوید اختر چیمہ نے اس تحریر کو ادارتی بورڈ کے سامنے پڑھا تو سب نے ایک ہی بات کہی کہ یہ تحریر ایک یاد ہے جو ہر ریاضی دان کو اپنی لگے گی۔ ادارہ اس رائے سے متفق ہے۔ ہم نے مصنف سے درخواست کی کہ وہ اس میں کوئی ایسا مثال شامل کرے جو آج کے طالب علم کو سمجھ آئے، اور مصنف نے ایک نئی مثال شامل کر دی جو اس شمارے میں موجود ہے۔

(مدیر)

مدیر کا نوٹ: ہندسہ ماہنامہ کے چیف ایڈیٹر ڈاکٹر نوید اختر چیمہ نے اس تحریر کو ادارتی بورڈ کے سامنے پڑھا تو سب نے ایک ہی بات کہی کہ یہ تحریر ایک یاد ہے جو ہر ریاضی دان کو اپنی لگے گی۔ ادارہ اس رائے سے متفق ہے۔ ہم نے مصنف سے درخواست کی کہ وہ اس میں کوئی ایسا مثال شامل کرے جو آج کے طالب علم کو سمجھ آئے، اور مصنف نے ایک نئی مثال شامل کر دی جو اس شمارے میں موجود ہے۔

(مدیر)